Aufgabe 1

Schritt 1: Mögliche Ereignisse festhalten

Die Münze, die Maria wirft, kann entweder „2“ (Zahl) oder 0 (Kopf) anzeigen. Beim Würfel können die Zahlen 1 bis 6 oben liegen. Beim Wurf von Münze und Würfel können 12 gleichwahrscheinliche Ereignisse auftreten:

Würfel	Münze	Ergebnisse
1	2	3
2	2	4
3	2	5
4	2	6
5	2	7
6	2	8
1	0	1
2	0	2
3	0	3
4	0	4
5	0	5
6	0	6

Bei 6 von 12 möglichen Ereignissen kommt eine Primzahl heraus.

Schritt 2: Wahrscheinlichkeit berechnen

$$P(Primzahl) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

Lösung:

Maria erhält mit einer Wahrscheinlichkeit von $\frac{1}{2}$ eine **Primzahl** als Ergebnis ihres Experiments.

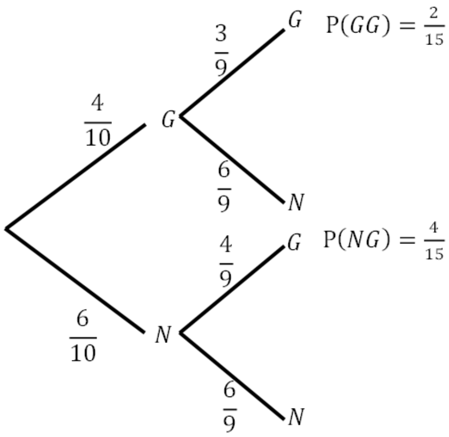
Aufgabe 2a)

Schritt 1: Baumdiagramm erstellen

Filtere zunächst die für die Berechnung relevanten Informationen aus dem Aufgabetext heraus:

Es gibt noch 10 Lose, vier davon sind Gewinne, 6 sind Nieten.

G: Gewinn N: Niete



Schritt 2: Wahrscheinlichkeiten berechnen

Die Wahrscheinlichkeit, beim ersten Zug einen Gewinn zu ziehen, kannst du einfach ablesen.

$$P(Gewinn\ beim\ 1.Zug) = 0{,}4$$

Die Wahrscheinlichkeit, beim zweiten Zug einen Gewinn zu ziehen, berechnest du mithilfe der zweiten Pfadregel.

$$P(Gewinn\ beim\ 2.Zug) = P(GG) + P(NG) = \frac{2}{15} + \frac{4}{15} = 0{,}4$$

Lösung:

Die Gewinnmöglichkeiten sind **bei beiden Zügen gleich**, nämlich **0,4, bzw. 40%.**

Aufgabe 2b)

Schritt 1: Wahrscheinlichkeit berechnen

Wenn von den 4 Gewinnlosen eines gezogen worden ist, befinden sich unter den dann noch 9 Losen noch drei Gewinnlose.

$$P(G) = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

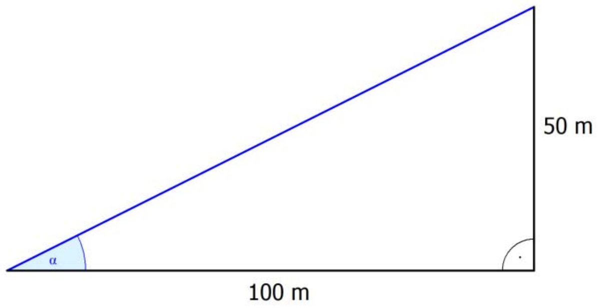
Lösung:

Manuel würde mit einer Wahrscheinlichkeit von $\mathbf{\frac{1}{3}}$ ebenfalls ein **Gewinnlos** ziehen.

Aufgabe 3a)

Schritt 1: Skizze und Ansatz

50 % Steigung heißt, auf 100 m horizontaler Entfernung steigt die Straße um 50m.



Schritt 2: Steigungswinkel berechnen

Den Steigungswinkel α kannst du mithilfe der folgenden trigonometrischen Formel berechnen:

$$\tan(\alpha) = \frac{Gegenkathete\ von\ \alpha}{Ankathete\ von\ \alpha}$$

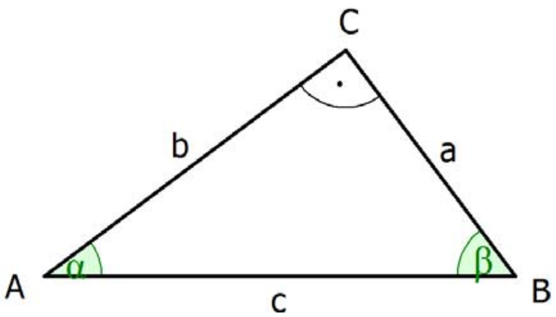
50 % Steigung bedeutet demnach: $\tan(\alpha) = 0{,}5 \Rightarrow \alpha = \mathbf{26{,}57°}$.

Lösung:

Die Behauptung ist **falsch,** der Steigungswinkel beträgt **26,57°.**

Aufgabe 3b)

Schritt 1: Skizze



Schritt 2: Die Aussage überprüfen

Es gilt: $\sin(\alpha) = \frac{Gegenkathete}{Hypotenuse} = \frac{a}{c}$

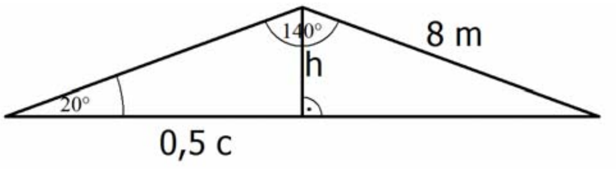
$$\mathbf{cos}(\boldsymbol{\beta}) = \frac{\boldsymbol{Ankathete}}{\boldsymbol{Hypotenuse}} = \frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{c}} = \mathbf{sin}(\boldsymbol{\alpha})$$

Lösung:

Die Aussage ist **wahr.**

Aufgabe 3c)

Schritt 1: Skizze



Um die trigonometrischen Formeln anwenden zu könne, musst du dir mithilfe der Höhe zunächst zwei rechtwinklige Dreiecke „basteln“. Die Höhe benötigst du auch zur Berechnung des Flächeninhalts.

Schritt 2: Flächeninhalt berechnen

Die Formel für den Flächeninhalt des Dreiecks lautet:

$$A = \frac{1}{2} c \cdot h_c$$

$$0{,}5c\colon \cos(20°) = \frac{0{,}5c}{8} \Rightarrow 0{,}5c = 8 \cdot \cos(20°)$$
$$h\colon \sin(20°) = \frac{h}{8} \Rightarrow h = 8 \cdot \sin(20°)$$

$$A = 8 \cdot \cos(20°) \cdot 8 \cdot \sin(20°)$$
$$= \mathbf{8^2 \cdot sin(20°) \cdot cos(20°)}$$

Lösung:

Die Aussage ist **wahr.**

Aufgabe 4

Schritt 1: Wurzelgesetze anwenden

$\tan(\alpha) \cdot \sqrt{1+\sin(\alpha)} \cdot \sqrt{1-\sin(\alpha)}$

$= \tan(\alpha) \cdot \sqrt{(1+\sin(\alpha))(1-\sin(\alpha))}$

Schritt 2: Trigonometrische Beziehungen nutzen

$= \tan(\alpha) \cdot \sqrt{1-sin^2(\alpha)}$ (Es gilt: $sin^2(\alpha) + cos^2(\alpha) = 1 \Rightarrow cos^2(\alpha) = 1 - sin^2(\alpha)$)

$= \tan(\alpha) \cdot \sqrt{cos^2(\alpha)}$

$= \tan(\alpha) \cdot |\cos(\alpha)|$ ($\tan(\alpha)$ ersetzen durch $\frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$)

$= \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} \cdot |\cos(\alpha)|$

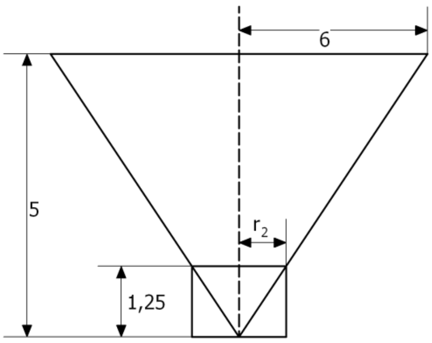
$= \pm\sin(\alpha)$

Lösung:

$\tan(\alpha) \cdot \sqrt{1+\sin(\alpha)} \cdot \sqrt{1-\sin(\alpha)} = \pm\boldsymbol{\sin(\alpha)}$

Aufgabe 5a)

Schritt 1: Skizze und Ansatz



Der Trichter besteht aus einem umgedrehten Kegelstumpf und einem Zylinder. Um den Kegelstumpf und auch den Zylinder berechnen zu können, benötigst du zusätzlich zum Radius der Kegelstumpf-Grundfläche noch den Radius des „kleinen“ Kreises, wo der Kegel in den Zylinder übergeht. Diese beiden Teilvolumina werden dann addiert, um das Volumen des Trichters zu erhalten.

Schritt 2: r_2 berechnen

r_2 kannst du mit dem Strahlensatz berechnen:

$$\frac{r_2}{1{,}25} = \frac{6}{5} \Rightarrow r_2 = 1{,}5$$

Schritt 3: Kegelstumpf berechnen

Um den Kegelstumpf zu berechnen, ziehst du das Volumen des kleinen Kegels (Spitze) vom Volumen des großen Kegels ab. Wenn du die Formel zur Berechnung des Volumens eines Kegelstumpfes kennst, kannst du alternativ auch diese anwenden.

$$V_{Kegel} = \frac{1}{3} \cdot r^2 \cdot \pi \cdot h$$

$$\begin{aligned} V_{Kegelstumpf} &= \frac{1}{3} \cdot 6^2 \cdot \pi \cdot 5 - \frac{1}{3} \cdot 1{,}5^2 \cdot \pi \cdot 1{,}25 \\ &= 59{,}0625\pi \end{aligned}$$

Schritt 4: Zylinder berechnen

$V = r^2 \cdot \pi \cdot h$ (Formel zur Volumenberechnung eines Zylinders)

$= 1{,}5^2 \cdot \pi \cdot 1{,}25$

$= 2{,}8125\pi$

Schritt 5: Gesamtvolumen berechnen

$$\begin{aligned} V &= 59{,}0625\pi + 2{,}8125\pi \\ &= 61{,}875\pi \\ &\approx 194{,}39\ cm^3 \end{aligned}$$

Lösung:

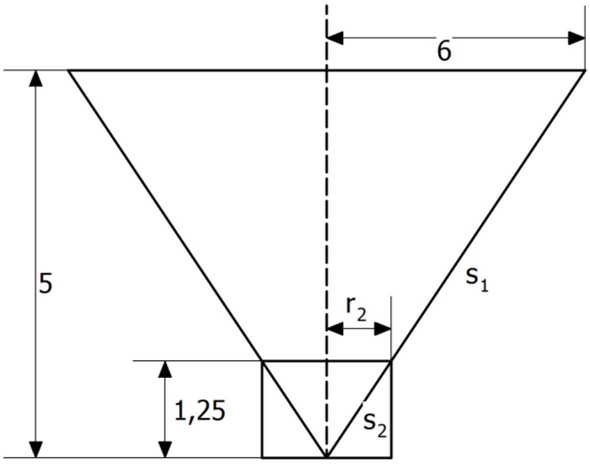
Der Rauminhalt des Trichters beträgt ca. $\mathbf{194{,}39\ cm^3}$.

Aufgabe 5b)

Schritt 1: Mantel des Kegelstumpfs berechnen

Auch hier ziehst du wieder den Mantel des kleinen Kegels vom Mantel des großen Kegels ab.

(Auch hier gilt: Wenn du die Formel zur Berechnung der Mantelfläche eines Kegelstumpfes kennst, kannst du alternativ auch mit dieser Formel rechnen.



$M = \pi \cdot r \cdot s$

s kannst du mithilfe des Satz des Pythagoras berechnen:

$s_1 = \sqrt{6^2 + 5^2}$
$\approx 7{,}81$

$s_2 = \sqrt{1{,}25^2 + 1{,}5^2}$
$\approx 1{,}95$

$M_{Kegelstumpf} = \pi \cdot 6 \cdot 7{,}81 - \pi \cdot 1{,}5 \cdot 1{,}95$
$= 43{,}94\pi$

Schritt 2: Mantel des Zylinders berechnen

$M_Z = 2 \cdot r_2 \cdot \pi \cdot h$ (Formel zur Berechnung eines Zylindermantels)

$= 2 \cdot 1{,}5 \cdot \pi \cdot 1{,}25$
$= 3{,}75\pi$

Schritt 3: Materialbedarf berechnen

$M = M_K + M_Z = 43{,}95\pi + 3{,}75\pi = 47{,}7\pi \approx 149{,}85\ cm^2$

Lösung:

Man benötigt zur Herstellung des Trichters ca**. $\mathbf{149{,}85\ cm^2}$ Kunststoff.**

Fazit:

Die Aufgaben zur Wahrscheinlichkeit liegen im gut machbaren Bereich und testen hauptsächlich dein Wissen über Wahrscheinlichkeiten und Pfadregeln ab. Aufgrund der nicht so einfachen Geometrieaufgaben insgesamt eine eher anspruchsvolle Schulaufgabe.