Aufgabe 1

Schritt 1: Vorüberlegung
Wenn diese Gleichung genau eine Lösung haben soll, dann muss die Diskriminante = 0 sein.

Schritt 2: Diskriminante bestimmen und = 0 setzen
$D = b^2 - 4ac$ mit: $a = -\frac{1}{3}$; $b = 3$; $c = k$

$$9 - 4 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot k = 0$$

Schritt 3: k berechnen

$$9 + \frac{4}{3}k = 0$$
$$\frac{4}{3}k = -9$$
$$k = -6{,}75$$

Lösung:
Mit $\boldsymbol{k = -6{,}75}$ hat die Gleichung genau eine Lösung.

Aufgabe 2a)

Schritt 1: Lösungsansatz
Indem du x^2 durch eine Variable ersetzt, erhältst du eine quadratische Gleichung.

x^2 ersetzen
$2x^4 + 2x^2 - 4 = 0$ Substitution: $x^2 = a$

Quadratische Gleichung lösen

$$2a^2 + 2a - 4 = 0 \qquad |:2$$
$$a^2 + a - 2 = 0 \qquad |\text{Mitternachtsformel oder Satz des Vieta}$$
$$(a + 2)(a - 1) = 0$$
$$a_1 = -2$$
$$a_2 = 1$$

Schritt 2: Rücksubstitution
$x^2 = -2$ keine Lösung

$x^2 = 1$

Lösung:

$\mathbb{L} = \{\mathbf{-1}; \mathbf{1}\}$

Aufgabe 2b)

Schritt 1: Lösungsansatz

Wir können, wegen des x^6 , nicht direkt durch Substitution auf eine quadratische Gleichung kommen. Zunächst können wir aber x^2ausklammern.

x^2 ausklammern

$2x^6 - 6x^4 + 4{,}5x^2 = 0$	x^2 ausklammern
$(2x^4 - 6x^2 + 4{,}5) \cdot x^2 = 0$	Produkt = 0, wenn ein Faktor 0 ist → $x_{1;2}$ =0 setzen.
$x_{1;2} = 0$	
$2x^4 - 6x^2 + 4{,}5 = 0$	

x^2ersetzen

$2a^2 - 6a + 4{,}5 = 0$ Substitution: $x^2 = a$

Quadratische Gleichung lösen

$$a_{1;2} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 36}}{4}$$

$$a = 1{,}5$$

$$x^2 = 1{,}5$$

$$x_{3;4} = \pm\sqrt{1{,}5}$$

Lösung:

$\mathbb{L} = \{-\sqrt{\mathbf{1,5}}; \mathbf{0}; \sqrt{\mathbf{1,5}}\}$

Aufgabe 3

Schritt 1: Lösungsansatz

Um die Spannweite der Brücke zu berechnen, berechnest du zunächst die Nullstellen der Funktion, die die Brücke beschreiben soll. Die Spannweite der Brücke entspricht nämlich der Differenz zwischen den Nullstellen.

Schritt 2: Nullstellen berechnen

$$-\frac{1}{92}x^2 + 69{,}3 = 0$$

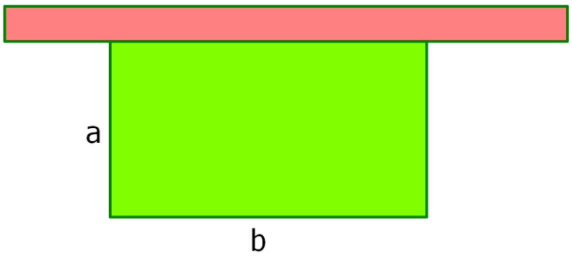
$$\frac{1}{92}x^2 = 69{,}3$$
$$x^2 = 6375{,}6$$
$$x_{1;2} = \pm 79{,}85$$

Schritt 3: Spannweite berechnen
$79{,}85 \cdot 2 = 159{,}7$

Lösung:
Die **Spannweite** der Brücke beträgt **159,7 m.**

Aufgabe 4

Schritt 1: Skizze



Schritt 2: Zielfunktion aufstellen
Es soll der Flächeninhalt des Rechtecks maximiert werden. Die Formel für die Berechnung eines Rechtecks lautet:
$A = a \cdot b$

Schritt 3: eine Variable eliminieren
Mit Hilfe der Nebenbedingung (*Er hat 8 m Maschendraht zur Verfügung.*) kannst du die Variable b eliminieren. Es muss nämlich gelten: $2a + b = 8 \;\Rightarrow b = 8 - 2a$.
Damit kannst du den Flächeninhalt A als Funktion in Abhängigkeit der Seitenlänge a darstellen:
$A(a) = a(8 - 2a)$ Ausmultiplizieren, zusammenfassen und nach Potenzen ordnen!
$A(a) = -2a^2 + 8a$
Das ist eine nach unten geöffnete Parabel. Das heißt, die Koordinaten des Scheitelpunktes geben dir den größtmöglichen Flächeninhalt und die Länge der Seite a an.

Schritt 4: Scheitelpunkt bestimmen

Den Scheitelpunkt bestimmst du mit quadratischer Ergänzung:

$A(a) = -2a^2 + 8a$
$\quad = -2(a^2 - 4a + 2^2 - 2^2)$
$\quad = -2[(a-2)^2 - 4]$
$\quad = -2(a-2)^2 + 8$
$A_{max} = 8\ m^2$ für $a = 2\ m$.

Schritt 5: Die Länge der zweiten Seite berechnen

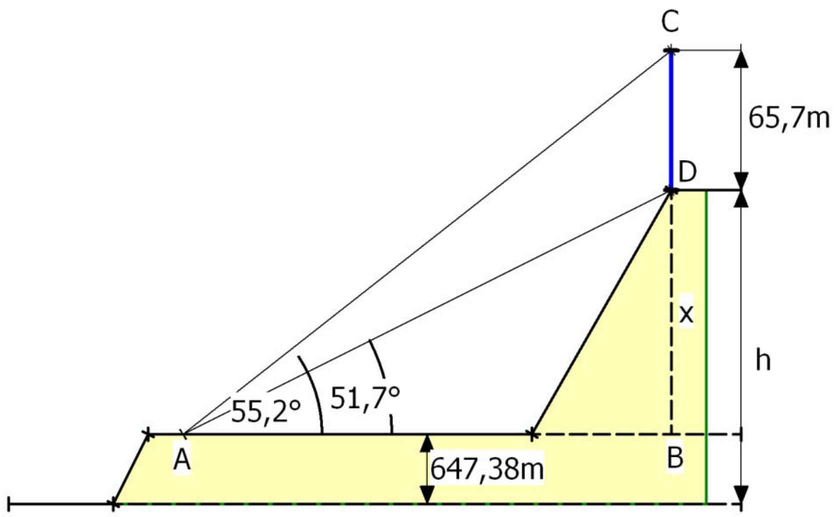
$b = 8 - 2a$
$b = 4$

Lösung

Wenn Max die Seitenlängen **2 m** und **4 m** wählt, hat sein Hase mit **8 m²** den größtmöglichen Auslauf.

Aufgabe 5

Schritt 1: Skizze



Schritt 2: Lösungsstrategie

Gesucht ist die Höhe h des Berges. Um h zu bestimmen, musst du zunächst die Länge der Strecke [BD] berechnen. Dazu setzt du die beiden Dreiecke ABC bzw. ABD in Beziehung.

Schritt 3: Länge x der Strecke [BD] berechnen

Es gilt:

I) $\tan(55{,}2°) = \frac{x+65{,}7}{\overline{AB}}$ und

II) $\tan(51{,}7°) = \frac{x}{\overline{AB}}$

Beide Seiten nach $\overline{AB}$ umstellen:

I) $\overline{AB} = \frac{x+65{,}7}{\tan(55{,}2°)}$

II) $\overline{AB} = \frac{x}{\tan(51{,}7°)}$

Die linken Terme gleichsetzen:

$\frac{x+65{,}7}{\tan(55{,}2°)} = \frac{x}{\tan(51{,}7°)}$ (überkreuz multiplizieren)

$x \cdot \tan(51{,}7°) + 65{,}7 \cdot \tan(51{,}7°) = x \cdot \tan(55{,}2°)$ (Variable auf die eine, Zahlen auf die andere Seite bringen)

$x \cdot \tan(55{,}2°) - x \cdot \tan(51{,}7°) = 65{,}7 \cdot \tan(51{,}7°)$ (x ausklammern)

$(\tan(55{,}2°) - \tan(51{,}7°)) \cdot x = 65{,}7 \cdot \tan(51{,}7°)$

$x = \frac{65{,}7 \cdot \tan(51{,}7°)}{\tan(55{,}2°) - \tan(51{,}7°)}$

$x = 482{,}01\ m$

Schritt 4: Die Höhe des Berges bestimmen

$h = 482{,}01 + 647{,}38$

$h = 1129{,}39\ m$

Lösung:

Der Berg ist **1129,39 m** hoch.

Fazit:

Aufgrund der letzten beiden Aufgaben gehobener Schwierigkeitsgrad. Sehr gutes Verständnis der Trigonometrie ist hier vorausgesetzt.