Aufgabe 1a)

Schritt 1: S in die Scheitelpunktform einsetzen

$y = a(x - x_s)^2 + y_s$

$y = a(x - 0{,}5)^2 + 2$

Schritt 2: Koordinaten von P einsetzen und a berechnen

$2{,}25 = a(1{,}5 - 0{,}5)^2 + 2$

$a = 0{,}25$

Schritt 3: Funktionsterm aufstellen

$y = 0{,}25(x - 0{,}5)^2 + 2$ als Scheitelpunktform, bzw.

$y = 0{,}25(x^2 - x + 0{,}25) + 2$

$y = 0{,}25x^2 - 0{,}25x + 2{,}0625$ als allgemeine Form.

Lösung:

$\boldsymbol{y = 0,25x^2 - 0,25x + 2,0625}$

Aufgabe 1b)

Schritt 1: Koordinaten in die allgemeine Funktionsgleichung einsetzen

$y = ax^2 + bx + c$

I) $a(-2)^2 + b \cdot (-2) + c = -9$
II) $a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + c = -1{,}5$
III) $a \cdot 3^2 + b \cdot 3 + c = -1{,}5$

Schritt 2: Gleichungen vereinfachen

I) $4a - 2b + c = -9$
II) $a + b + c = -1{,}5$
III) $9a + 3b + c = -1{,}5$

Schritt 3: Gleichungssystem lösen

Eine Unbekannte eliminieren

Du hast in jeder Gleichung den Summanden + c. Also löst du dieses Gleichungssystem am besten mit dem Additionsverfahren.
Dazu suchst du dir eine Gleichung aus und subtrahierst sie von den beiden anderen. Auf diese Weise

erhältst du ein Gleichungssystem mit zwei Gleichungen und zwei Unbekannten. Wir wählen die Gleichung II und ziehen sie jeweils von I und III ab:

Ia: I-II) $3a - 3b = -7{,}5$

IIIa) III-II) $8a + 2b = 0$

Gleichungssystem lösen

Um dieses Gleichungssystem zu lösen, kannst du das Verfahren anwenden, das dir ab besten liegt.
Wir wenden das Einsetzungsverfahren an:

Aus Gleichung IIIa ergibt sich: $b = -4a$

In Ia einsetzen:

$$\begin{aligned} 3a - 3 \cdot (-4)a &= -7{,}5 \qquad &&|zusammenfassen \\ 15a &= -7{,}5 &&|:15 \\ a &= -0{,}5 \end{aligned}$$

Jetzt b berechnen:

$b = -4a$

$b = 2$

Um c zu bestimmen, setzt du a und b in eine der Gleichungen I, II oder III ein.
Wir wählen Gleichung II:

$-0{,}5 + 2 + c = -1{,}5$

$c = -3$

Lösung:

Die Funktionsgleichung lautet demnach:

$y = -0{,}5x^2 + 2x - 3$

Aufgabe 2

Der Sprung einer Wüstenspringmaus lässt sich durch die Gleichung $y = \ -0{,}5x^2 + 3x$ beschreiben (x und y in dm).

a) Bestimme rechnerisch die Nullstellen und den Scheitelpunkt der Parabel.

Aufgabe 2a)

Die Nullstellen berechnest du, indem du die Gleichung = 0 setzt (Nullstelle bedeutet: y = 0)

$$\begin{aligned} -0{,}5x^2 + 3x &= 0 \qquad &&|\text{x ausklammern} \\ x(-0{,}5x + 3) &= 0 \\ x_1 &= 0 \end{aligned}$$

$x_2 = 6$

Scheitelpunkt:

Den Scheitelpunkt bestimmst du, indem du die Funktionsgleichung mittels quadratischer Ergänzung in die Scheitelpunktform umwandelst:

Faktor vor dem x^2 ausklammern

$y = -0{,}5(x^2 - 6x)$

Zu einer binomischen Formel ergänzen

$y = -0{,}5(x^2 - 6x + 3^2 - 3^2)$

Den Wert, den du addieren und gleich wieder subtrahieren musst, findest du, indem du den Faktor vor dem x halbierst und quadrierst.

Term $x^2 - 6x + 9$ als Produkt schreiben

$y = -0{,}5[(x-3)^2 - 9]$

Eckige Klammer auflösen

$y = -0{,}5(x-3)^2 + 4{,}5$

Jetzt kannst du die Koordinaten des Scheitelpunktes ablesen:

Lösung:

$\boldsymbol{x_1 = 0;\ x_2 = 6}$

$\boldsymbol{S(3|4{,}5)}$

Alternative:

Wenn du die Nullstellen schon berechnet hast, kannst du dir auch die Symmetrieeigenschaften von Parabeln nutzbar machen. Die x-Koordinate des Scheitelpunktes ist immer in der Mitte zwischen den Nullstellen. Die Nullstellen sind bei 0 und 6, also hat der Scheitelpunkt die x-Koordinate 3. Dann 3 in die Funktionsgleichung einsetzen und den y-Wert berechnen.

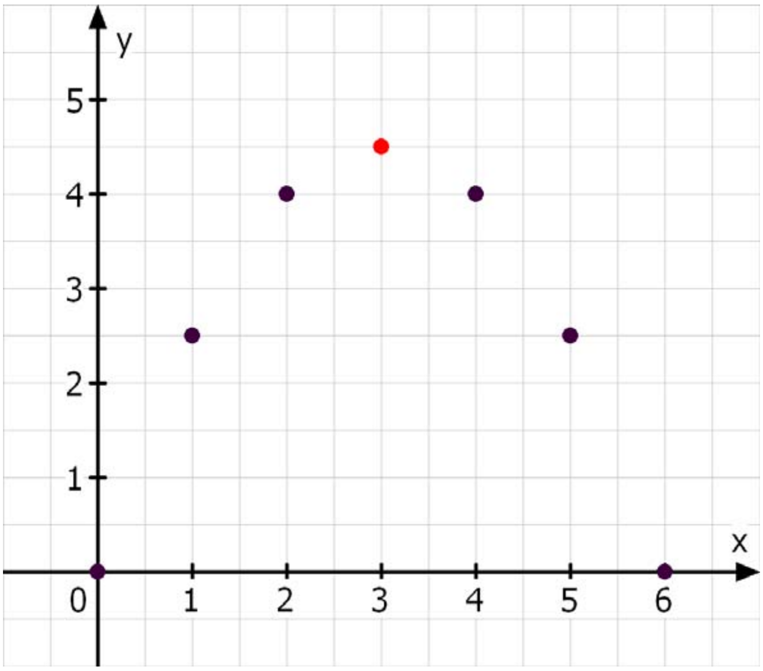
Aufgabe 2b)

Schritt 1: bekannte Informationen nutzen und Punkte erfassen

Da der Scheitelpunkt bekannt ist, kannst du die Parabel relativ einfach ohne Wertetabelle zeichnen: Die Parabel ist nach unten geöffnet und der Stauchfaktor ist 0,5.

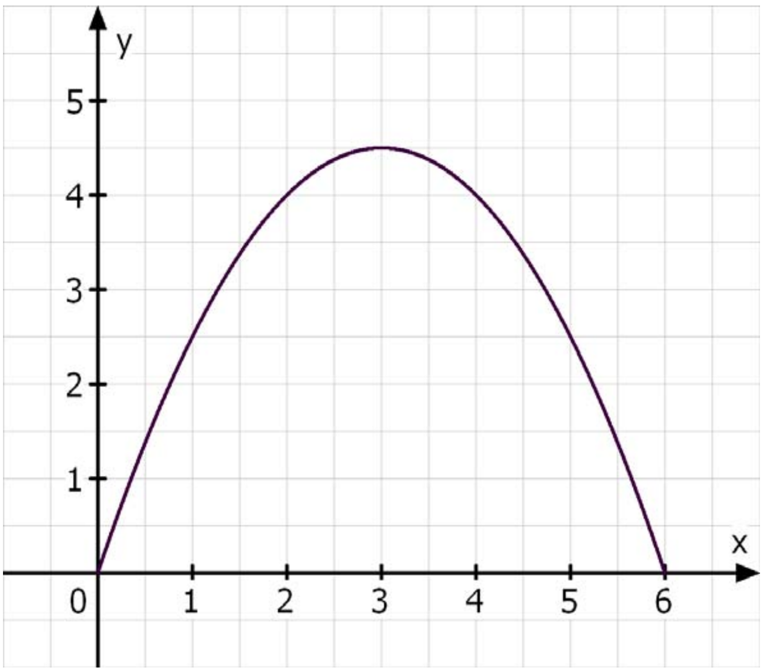
Vom Scheitelpunkt aus einen Schritt nach links bzw. rechts, *eins* quadrieren, mit 0,5 multiplizieren, um so viele Schritte nach unten gehen und die Punkte einzeichnen.

Dann vom Scheitelpunkt aus 2 Schritte nach links bzw. rechts, *zwei* quadrieren, mit 0,5 multiplizieren, nach unten gehen, Punkte einzeichnen und so weiter.



Schritt 2: Punkte zu einer Parabel verbinden

Dann die Punkte mit einem möglichst sauberen Strich verbinden:



Aufgabe 2c)

Schritt 1: Lösung mithilfe des Scheitelpunktes angeben

Da der Scheitelpunkt die Koordinaten $(3|4{,}5)$ hat, kann die Maus höchstens 4,5 dm hoch springen.

Aufgabe 3

Schritt 1: Informationen auswerten

Die erste Information sagt dir, dass die Parabel nach oben geöffnet ist und der Scheitelpunkt die y-Koordinate -2 hat.

Die zweite Information gibt dir Auskunft über den x-Wert des Scheitelpunktes, $x = 2$.

Du setzt beide Werte in die Scheitelpunktform ein und erhältst:

$$y = a(x-2)^2 - 2$$

Schritt 2: fehelende Informationen (a) berechnen

Die dritte Information liefert dir die Koordinaten eines Punktes der Parabel, nämlich $(0|1)$.
Diese Werte für x bzw. y einsetzen und a berechnen:

$$1 = a(0-2)^2 - 2$$

$$a = \frac{3}{4}$$

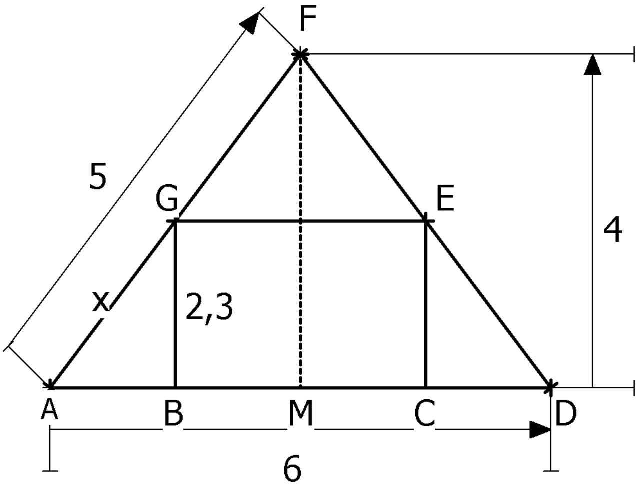
Schritt 3: Funktionsgleichung aufstellen

Die Parabel hat die Funktionsgleichung:

$$y = \frac{3}{4}(x-2)^2 - 2.$$

Aufgabe 4

Schritt 1: Skizze



Schritt 2: x berechnen

Die Dreiecke AMF und ABG sind ähnlich. Das heißt, um die Strecke [AG] zu berechnen, kannst du den Strahlensatz anwenden. Es gilt:

$$\frac{x}{2{,}3} = \frac{5}{4}$$

$$x = \frac{5}{4} \cdot 2{,}3$$

$$x = 2{,}875\ m$$

Schritt 3: Strecke [GE] berechnen

[GE] ist doppelt so lang wie die Strecke [BM], und [BM] ist [AM] minus [AB].

Du berechnest [AB] wieder mit dem Strahlensatz:

$$\frac{[AB]}{2{,}3} = \frac{3}{4}$$

$$[AB] = \frac{3}{4} \cdot 2{,}3$$

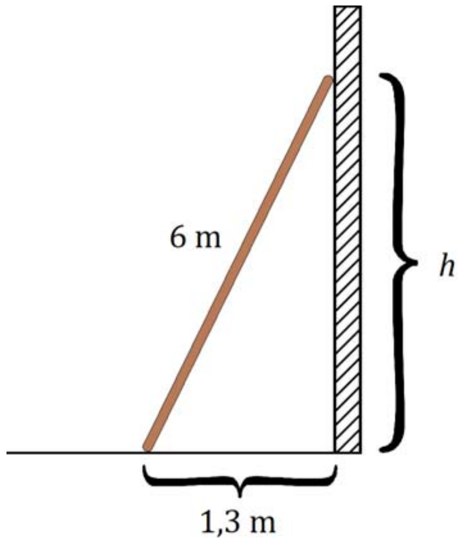
$$[AB] = 1{,}725\ m$$

Damit ist $[BM] = 3 - 1{,}725 = 1{,}275$ und $[GE] = 2 \cdot 1{,}275 = 2{,}55\ m$.

Lösung:

Die Strecke $\overline{AG}$ ist **2,857 m** lang, die Strecke $\overline{GE}$ ist **2,55 m** lang.

Aufgabe 5a)



Schritt 1: Skizze und Ansatz

Gegeben: Kathete 1,3m, Hypotenuse 6m
Gesucht: Seitenlänge h
Lösungsansatz: Satz des Pythagoras

$a^2 + b^2 = c^2$;

in unserem Fall $a = 1{,}3$, $c = 6$, $b = h$.

Schritt 2: Gegebene Größen einsetzen und ausrechnen

Einsetzen: $(1{,}3m)^2 + h^2 = (6m)^2$
Umstellen: $h^2 = (6m)^2 - (1{,}3m)^2$
Ausrechnen: $h^2 = 36m^2 - 1{,}69m^2 = 34{,}31m^2$

$$h = \sqrt{34{,}31m^2} \approx 5{,}86\ m$$

Lösung:

Die Leiterberührt die Wand in einer **Höhe von 5,86 Metern**.

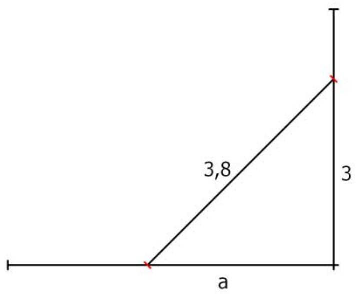
Aufgabe 5b)

Schritt 1: Skizze und Ansatz

Gegeben: Hypotenuse 3,8 m, Kathete 3 m

Gesucht: a

Ansatz: Satz des Pythagoras



Schritt 2: Berechnung

$a^2 + b^2 = c^2$

$a^2 + 3^2 = 3{,}8^2$

$a = \sqrt{3{,}8^2 - 3^2} \approx 2{,}33$

Lösung:

Der Fußpunkt der Leiter steht **2,33 m** von der Wand entfernt.

Fazit:

Wegen der Anwendungsaufgaben zu Parabeln und Strahlensatz ist dies eine im Vergleich zu anderen bayerischen Schulaufgabe eher anspruchsvollere Schulaufgabe. Der Fokus liegt auf den quadratischen Funktionen.