Aufgabe 1

Schritt 1: Auswertung der Funktionsgleichung

Die Parabel ist in der Scheitelpunktform $y = a(x - x_s)^2 + y_s$ angegeben.

Öffnung

a ist negativ, das heißt, die Parabel ist nach unten geöffnet.

Scheitelpunkt

Die Koordinaten des Scheitelpunktes sind $(3|0)$.

Nullstellen

Die y-Koordinate des Scheitelpunktes ist 0, der Scheitelpunkt liegt auf der x-Achse, es gibt also genau eine Nullstelle.

Monotonie

Da die x-Koordinate des Scheitelpunktes 3 und die Parabel nach unten geöffnet ist, fällt die Parabel für $x > 3$.

Punkt P überprüfen

Du weißt, dass der Scheitelpunkt die Koordinaten $(3|0)$ hat, der Punkt $P(3|-1)$ kann also nicht zur Parabel gehören.

Schritt 2: Tabelle ausfüllen

	wahr	**falsch**
Die Parabel ist nach oben geöffnet.		x
Die Parabel hat zwei Nullstellen		x
Die Parabel fällt für $x > 3$	x	
Der Scheitel hat die Koordinaten $S(3|0)$	x	
Der Punkt $P\ (3|-1)$ gehört zur Parabel.		x

Aufgabe 2a)

Hinweis zur Aufgabenstellung:

Vereinfachen meint hier, dass du den Term so weit zusammenfassen und kürzen solltest, bis nichts mehr miteinander verrechnet werden kann. Dabei musst die die Rechengesetze für Potenzen beachten und geschickt einsetzen.

Schritt 1: Potenzgesetze anwenden und vereinfachen

$(a^{4p-6})^{-0{,}5} : a^{3p+2}$ |Klammer auflösen

$a^{-2p+3} : a^{3p+2}$ |mit *einer* Basis schreiben

$a^{-2p+3-(3p+2)}$ |Klammer auflösen

$a^{-2p+3-3p-2}$ |zusammenfassen

Lösung:

$\boldsymbol{a^{-5p+1}}$

Aufgabe 2b)

Schritt 1: Potenzgesetze anwenden und vereinfachen

$\frac{2b^{2+q}}{3^{-2}b^{3-q}}$ |ohne Bruchstrich schreiben

$2 \cdot b^{2+q} \cdot 3^2 \cdot b^{-3+q}$ |die Basen ordnen

$18 \cdot b^{2+q} \cdot b^{-3+q}$ |mit *einer* Basis schreiben

$18 \cdot b^{2+q-3+q}$ |Exponent vereinfachen

Lösung:

$\boldsymbol{18 \cdot b^{2q-1}}$

Aufgabe 2c)

Schritt 1: Potenzgesetze anwenden und vereinfachen

$\left(\frac{2c \cdot c^{r-3}}{c^{2r}}\right)^{-3}$ |Klammer auflösen

$\frac{2^{-3} \cdot c^{-3} \cdot c^{-3r+9}}{c^{-6r}}$ |ohne Bruchstrich schreiben

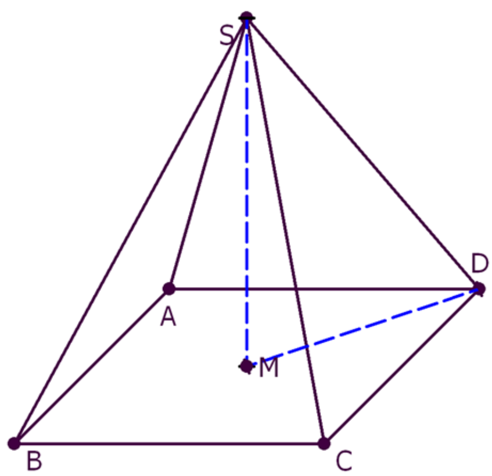
$2^{-3} \cdot c^{-3} \cdot c^{-3r+9} \cdot c^{6r}$ |mit *einer* Basis schreiben

$\frac{1}{8} \cdot c^{-3-3r+9+6r}$ |Exponent vereinfachen

$\frac{1}{8} \cdot c^{3r+6}$

Aufgabe 3

Schritt 1: Skizze



Schritt 2: Strategie

Die Pyramide hat eine quadratische Grundfläche und die Spitze ist senkrecht über dem Diagonalenschnittpunkt M der Grundfläche. Das heißt, alle Seitenkanten des Mantels sind gleich lang. Die Länge der Seitenkanten der Grundfläche ist schon mit 4 cm angegeben. Die Seitenkante [DS] ist die Hypotenuse des rechtwinkligen Dreiecks MDS. Du kannst hier also den Satz des Pythagoras anwenden.

Schritt 3: Länge der Strecke [MD] berechnen

[MD] ist die Hälfte der Diagonalen [BD]. Also gilt:

$$\overline{MD} = \frac{1}{2}\sqrt{4^2 + 4^2}$$

$$\overline{MD} = 2\sqrt{2} \approx 2{,}83$$

Schritt 4: Länge der Seitenkante [DS] berechnen

$$\overline{DS} = \sqrt{\left(2\sqrt{2}\right)^2 + 4,5^2}$$

$$\overline{DS} \approx 5{,}32\ cm.$$

Lösung:

Die Seitenkanten des Mantels der Pyramide haben eine Länge von rund 5,32 cm.

Aufgabe 4a)

$$2x^2 + 3{,}75\ x - 5 = 0$$

Schritt 1: Mitternachtsformel anwenden

$$x_{1;2} = \frac{-3{,}75 \pm \sqrt{3{,}75^2 + 40}}{4}$$

$$x_{1;2} = \frac{-3{,}75 \pm 7{,}35}{4}$$

Schritt 2: x-Werte berechnen

$$x_1 \approx -2{,}78$$

$$x_2 \approx 0{,}9$$

Lösung:

$$\mathbb{L} = \{\mathbf{-2,78|0,9}\}$$

Aufgabe 4b

Schritt 1: Term zu einer binomischen Formel umformen

$$
\begin{aligned}
2x^2 &= -8 + 8\,x && |-8x+8 \\
2x^2 - 8x + 8 &= 0 && |\text{2 ausklammern} \\
2(x^2 - 4x + 4) &= 0 && |\text{als binomische Formel schreiben} \\
2(x-2)^2 &= 0 && |\text{Wert für x ablesen} \\
x &= 2
\end{aligned}
$$

Lösung:

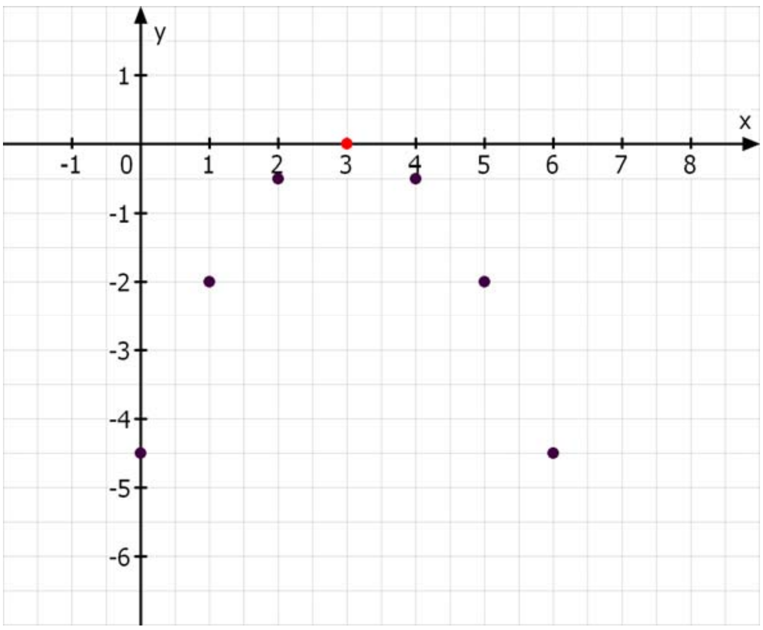
$\mathbb{L} = \{\mathbf{2}\}$

Aufgabe 5

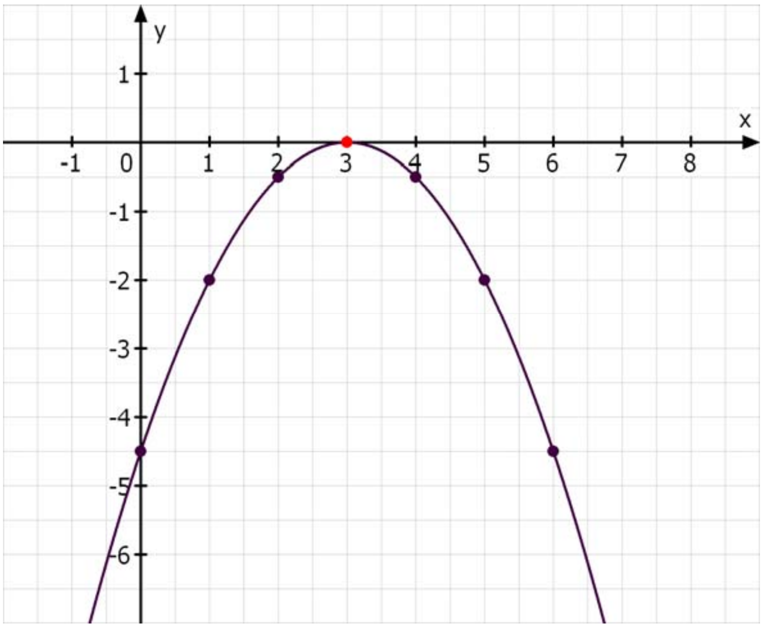
Schritt 1: Skizze und Ansatz

Für die Zeichnung gehst du vom Scheitelpunkt aus. Über die y-Koordinate des Scheitelpunkts ist zunächst noch nichts bekannt, die kannst du beliebig wählen, beispielsweise 0.

Vom Scheitelpunkt aus einen Schritt nach links bzw. rechts, *eins* quadrieren, mit 0,5 multiplizieren, um so viele Schritte nach unten gehen und die Punkte einzeichnen.
Dann vom Scheitelpunkt aus 2 Schritte nach links bzw. rechts, *zwei* quadrieren, mit 0,5 multiplizieren, nach unten gehen, Punkte einzeichnen und so weiter.



Verbinden dann die Punkte mit einer durchgezogenen Linie:



Schritt 2: Funktionsgleichung aufstellen

Du gehst von der Scheitelpunktform $y = a(x - x_s)^2 + y_s$ aus.
$a = -0{,}5$; $x_s = 3$.
Da der größte Funktionswert -2 sein soll, gilt: $y_s = -2$. Die Funktionsgleichung muss also lauten:

$y = -0{,}5(x - 3)^2 - 2$.

Wenn du viel Zeit hast und deinen Lehrer beeindrucken willst, kannst du diese Gleichung noch in die allgemeine Form $y = ax^2 + bx + c$ umwandeln.

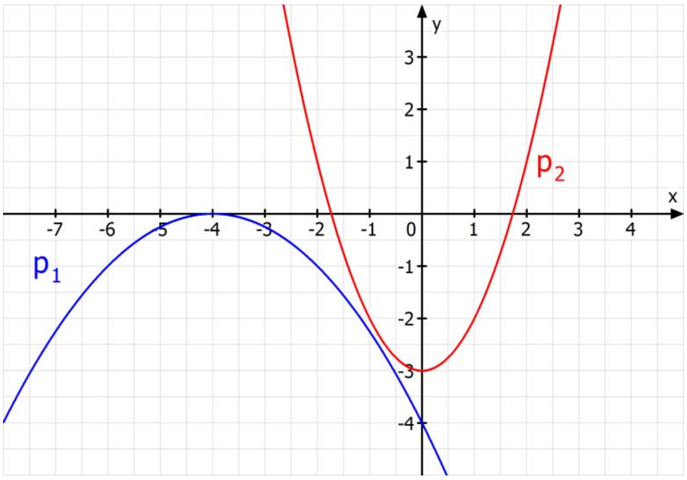
Dazu zunächst die binomische Formel ausmultiplizieren:

$y = -0{,}5(x^2 - 6x + 9) - 2$

Dann die Klammer auflösen und zusammenfassen, was zusammengefasst werden kann:

$y = -0{,}5x^2 + 3x - 6{,}5$

Aufgabe 6



p_1 (blau):

Schritt 1: Koordinaten des Scheitelpunkts ablesen

$S(-4|0)$

Damit gilt für die Scheitelpunktgleichung: $y = a(x+4)^2$.

Schritt 2: Streckfaktor bzw. Stauchfaktor a bestimmen

Dazu suchst du einen Punkt, dessen Koordinaten du gut ablesen kannst, z.B. (0|-4).

Die Koordinaten in die Scheitelpunktform einsetzen und a berechnen:

$-4 = a(0+4)^2$

$a = -0{,}25$

Schritt 3: Funktionsgleichung aufstellen

$y = -0{,}25(x+4)^2$ bzw.:

$\boldsymbol{y = -0,25x^2 - 2x - 4}$

P_2 (rot):

Schritt 1: Koordinaten des Scheitelpunkts ablesen

$S(0|-3)$

Damit gilt für die Scheitelpunktgleichung: $y = a(x+0)^2 - 3$

Schritt 2: Streck- bzw. Stauchfaktor a bestimmen

Punkt P(2|1) einsetzen

$1 = a \cdot 2^2 - 3$

$a = 1 \rightarrow$ keine Streckung oder Stauchung

Schritt 3: Funktionsgleichung aufstellen

$\boldsymbol{y = x^2 - 3.}$

Fazit:

Hier wird nochmal geprüft, ob die Potenzgesetze auch vollständig verinnerlicht worden sind. Sonst hauptsächlich machbare Aufgaben zu Parabeln und quadratischen Funktionen.