

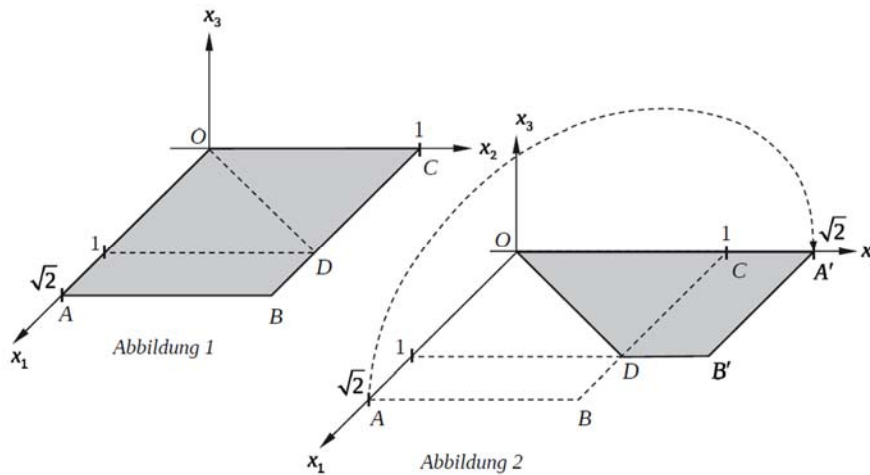
Aufgabe 4: Geometrie (WTR)

Abitur Mathematik: Originalprüfung
Aufgabe 4:
Geometrie (WTR)
 Nordrhein-Westfalen 2014, LK



Ein Blatt DIN-A4-Papier liegt in der x_1 - x_2 -Ebene. Gegeben sind seine Eckpunkte $O(0|0|0)$, $A(\sqrt{2}|0|0)$, $B(\sqrt{2}|1|0)$ und $C(0|1|0)$ sowie der Punkt $D(1|1|0)$.¹

Das Blatt wird jetzt entlang der Strecke \overline{OD} gefaltet. Das Dreieck ODC bleibt dabei fest, während das Viereck $OABD$ in das Viereck $OA'B'D$ übergeht, das wieder in der x_1 - x_2 -Ebene liegt. Die Gegebenheiten sind in den folgenden Schrägbildern dargestellt. Zur Veranschaulichung kann das als Seite 4 beigefügte DIN-A4-Blatt entsprechend gefaltet werden.



- a) Bestimmen Sie den Abstand des Punktes B von der Geraden OD .
 (8 Punkte)
- b) Die Ecke des Blattes, die durch das Falten aus der Position A in die Position A' gebracht wird, bewegt sich bei dem Faltvorgang auf einem Halbkreis in einer Ebene E (siehe Abbildung 1 bis 4).

¹ Als Längeneinheit (LE) wird die Länge der kürzeren Seite des DIN-A4-Blattes verwendet.

Aufgabe 4: Geometrie (WTR)

- (1) Leiten Sie je eine Gleichung dieser Ebene E in Parameterform und in Normalenform her.

[Zur Kontrolle einer Koordinatengleichung: $E: x_1 + x_2 = \sqrt{2}$] (7 Punkte)

- (2) Bestimmen Sie die Koordinaten des Schnittpunktes S der Ebene E mit der Geraden OD .

[Zur Kontrolle: $S(\frac{1}{2}\sqrt{2} | \frac{1}{2}\sqrt{2} | 0)$] (4 Punkte)

Während des Faltvorgangs liegt das beim Falten bewegte Papier-Viereck stets in einer Ebene E_k der durch $E_k: x_1 - x_2 + k \cdot x_3 = 0, k \in \mathbb{R}$, gegebenen Ebenenschar. Vorher und nachher liegt es jeweils in der x_1 - x_2 -Ebene (Siehe Abbildung 1 bis 4).

- c) (1) Weisen Sie rechnerisch nach, dass die Gerade OD in jeder Ebene E_k der Ebenenschar liegt. (4 Punkte)

- (2) Begründen Sie, dass die Ebene E aus b) senkrecht zu jeder Ebene $E_k, k \in \mathbb{R}$, ist.

Während des Faltvorgangs wird das beim Falten bewegte Papier-Viereck auch in die Position des Vierecks OA^*B^*D gebracht, das in einer sowohl zur x_1 - x_2 -Ebene als auch zur Ebene E senkrechten Ebene E^* liegt. (siehe Abbildung 3). (5 Punkte)

- (3) Berechnen Sie den Wert des Parameters k , für den $E_k = E^*$ ist. (3 Punkte)

- (4) Ermitteln Sie die Koordinaten des Punktes A^* . (6 Punkte)

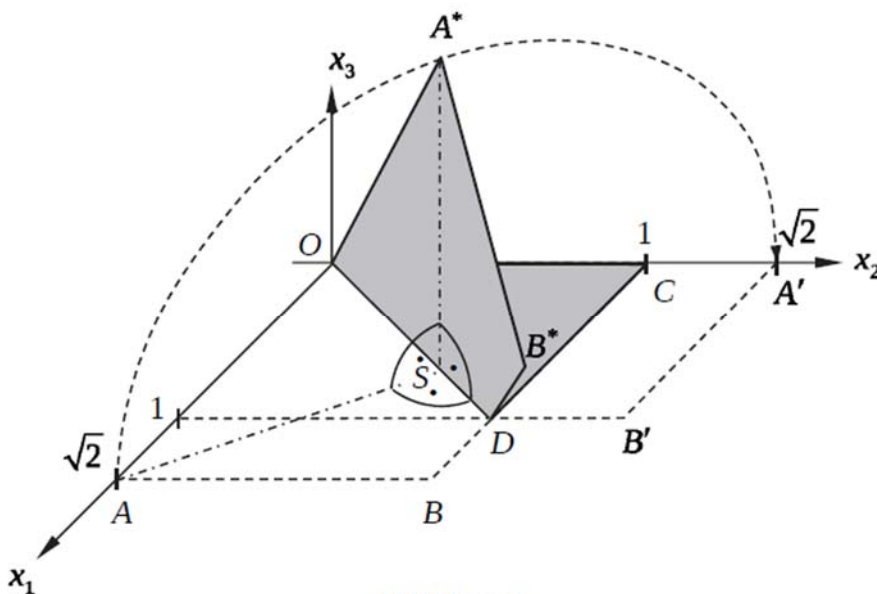


Abbildung 3

NOTIZEN

Aufgabe 4: Geometrie (WTR)

d) Während des Faltvorgangs kommt das beim Falten bewegte Papier-Viereck auch in die Position des Vierecks $OA''B''D$, dessen Punkt A'' in der Ebene $x_2 = 1$ liegt.

(1) Bestimmen Sie die Koordinaten des Punktes A'' .

[Zur Kontrolle: $A''(\sqrt{2} - 1 | 1 | \sqrt{2\sqrt{2} - 2})$] (7 Punkte)

(2) Zeigen Sie, dass das Dreieck OCA'' gleichschenkelig rechtwinklig ist.

(6 Punkte)

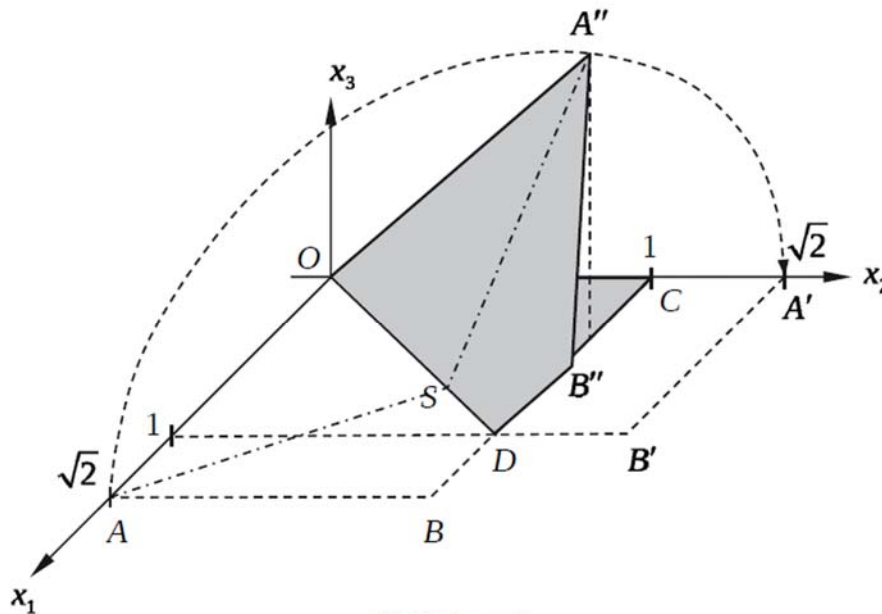


Abbildung 4

Zugelassene Hilfsmittel:

- Wissenschaftlicher Taschenrechner (ohne oder mit Grafikfähigkeit)
- Mathematische Formelsammlung
- Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung

NOTIZEN