

Aufgabe 4: Lineare Algebra (WTR)

NOTIZEN

Abitur Mathematik: Originalprüfung

Aufgabe 4:

Lineare Algebra (WTR)

Nordrhein-Westfalen 2014 GK

Die Entwicklung der Population einer bestimmten Seevogelart in einem festgelegten Beobachtungsgebiet wird durch folgende Modellannahmen beschrieben:

Die Überlebensrate der Vögel in den ersten beiden Lebensjahren wird jeweils mit 0,6 angenommen, in den späteren Lebensjahren mit 0,8. Die erste Brut findet im 3. Lebensjahr statt, der Bruterfolg wird mit 0,5 Jungvögeln pro Elternvogel und Jahr angenommen. Die Vögel werden in drei Altersgruppen eingeteilt, deren Anzahlen

x_1 : Anzahl der Jungvögel im 1. Lebensjahr (Altersgruppe 1)

x_2 : Anzahl der Vögel im 2. Lebensjahr (Altersgruppe 2)

x_3 : Anzahl der Altvögel, die älter als 2 Jahre sind (Altersgruppe 3)

Durch jährliche Zählungen ermittelt und jeweils zu einer Verteilung¹

$\vec{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$ zusammengefasst werden. Die Matrix $L = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0,5 \\ 0,6 & 0 & 0 \\ 0 & 0,6 & 0,8 \end{pmatrix}$

beschreibt dieses Modell.

a) Die aktuelle Zählung ergibt $x_1 = 2000$, $x_2 = 4000$ und $x_3 = 15000$.

- (1) Berechnen Sie, ausgehend von diesen Zahlen, die Verteilung der Vögel nach einem Jahr und nach 2 Jahren. **(5 Punkte)**
- (2) Bestimmen Sie die Verteilung der Vögel, die sich aus dem Modell für das Vorjahr ergäbe. **(5 Punkte)**
- (3) Fünf Elemente der Matrix L haben den Wert Null. Erklären Sie für jedes dieser Elemente aus dem Sachzusammenhang heraus, warum es den Wert Null hat. **(5 Punkte)**

¹ Verteilungsvektoren werden der Einfachheit halber im Folgenden kurz „Verteilung“ genannt.

Aufgabe 4: Lineare Algebra (WTR)

(1) Geben Sie dazu eine Übergangsmatrix M an. (4 Punkte)

(2) Beschreiben Sie anhand des Übergangsgraphen, nach welchen Modellannahmen die Entwicklung der Population dieser anderen Vogelart im Vergleich zur bisher betrachteten Seevogelart abläuft.

(5 Punkte)

Zugelassene Hilfsmittel:

- Wissenschaftlicher Taschenrechner (ohne oder mit Grafikfähigkeit)
- Mathematische Formelsammlung
- Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung

NOTIZEN