

**Aufgabe 4:** Analytische Geometrie (WTR)

Abitur Mathematik: Originalprüfung

**Aufgabe 4:**  
**Analytische Geometrie (WTR)**

Nordrhein-Westfalen 2013 GK

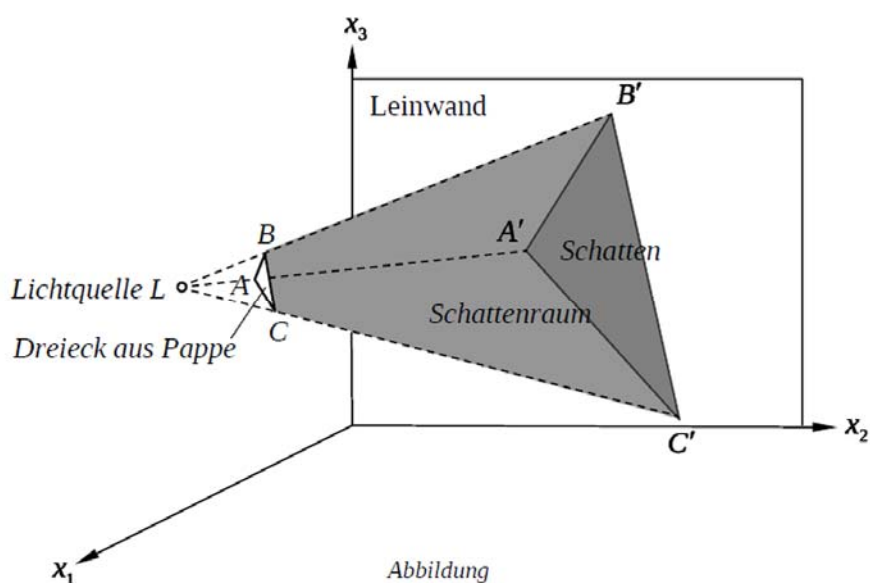
NOTIZEN

Zugelassene Hilfsmittel:

- Wissenschaftlicher Taschenrechner (ohne oder mit Grafikfähigkeit)
- Mathematische Formelsammlung
- Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung

**Aufgabe 4**

Ein gleichschenkliges, rechtwinkliges Dreieck aus Pappe wird zwischen eine Lichtquelle und eine Leinwand gehalten, auf der es einen Schatten erzeugt (s. Abbildung).



**Aufgabe 4:** Analytische Geometrie (WTR)

In dieser Aufgabe ist die Leinwand Teil der  $x_2x_3$ -Ebene, die Position der Lichtquelle ist  $L(40|10|18)$ , die Längeneinheit 1 dm.

Das Pappdreieck wird so zwischen Lichtquelle und Leinwand gehalten, dass seine Ecken in den Punkten  $A(30|10|16)$ ,  $B(32|11|18)$  und  $C(31|12|14)$  liegen.

a)

- (1) Berechnen Sie die Seitenlängen des Dreiecks  $ABC$ .
- (2) Bestimmen Sie die Position des rechten Winkels im rechtwinkligen Dreieck  $ABC$  und berechnen Sie den Flächeninhalt dieses Dreiecks.  
[Kontrollergebnis:  $4,5 \text{ dm}^2$ ] (12 Punkte)

- b) Bestimmen Sie die Koordinaten der Eckpunkte  $A'$ ,  $B'$  und  $C'$  des Schattens, den das Pappdreieck auf die Leinwand wirft.

$$\left[ \text{Zur Kontrolle: } A'(0|10|10), B'(0|15|18) \text{ und } C' \left( 0 \left| \frac{170}{9} \right| \frac{2}{9} \right) \right]$$

(12 Punkte)

- c) Zeigen Sie, dass das Schattendreieck  $A'B'C'$  des Dreiecks  $ABC$  keinen rechten Winkel bei  $A'$  hat. (5 Punkte)

- d) Nun soll das Volumen des Schattenraums zwischen dem Dreieck  $ABC$  und seinem Schatten  $A'B'C'$  berechnet werden (s. Abbildung). Gehen Sie dazu folgendermaßen vor:

- (1) Berechnen Sie das Volumen der Pyramide  $A'B'C'L$  mit der Grundfläche  $A'B'C'$  und der Spitze  $L$ .

Ohne Nachweis darf dabei verwendet werden, dass das Dreieck  $A'B'C'$  den Flächeninhalt  $60 \text{ dm}^2$  hat.

- (2) Geben Sie eine Gleichung der durch die Punkte  $A$ ,  $B$  und  $C$  gegebenen Ebene  $E_{ABC}$  in Parameterform an.

Bestimmen Sie einen Vektor  $\vec{n}$ , der senkrecht auf  $E_{ABC}$  steht, und geben Sie eine Gleichung der Geraden  $l$  an, die durch den Punkt  $L$  verläuft und die Ebene  $E_{ABC}$  senkrecht schneidet.

$$\left[ \text{Zur Kontrolle: z. B. } \vec{n} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \right]$$

NOTIZEN

**Aufgabe 4:** Analytische Geometrie (WTR)

- (3) Bestimmen Sie die Koordinaten des Schnittpunktes  $F$  dieser Geraden  $l$  mit der Ebene  $E_{ABC}$  und berechnen Sie den Abstand der Punkte  $L$  und  $F$ .

[Zur Kontrolle:  $F(36|14|20)$ ]

- (4) Ermitteln Sie nun das Volumen des Schattenraums zwischen dem Dreieck  $ABC$  und seinem Schatten  $A'B'C'$  (s. Abbildung).

(21 Punkte)

NOTIZEN