

Aufgabe 3: Analysis (WTR)

Abitur Mathematik: Originalprüfung

**Aufgabe 3:
Analysis (WTR)**

Nordrhein-Westfalen 2013 GK

NOTIZEN

Zugelassene Hilfsmittel:

- Wissenschaftlicher Taschenrechner (ohne oder mit Grafikfähigkeit)
- Mathematische Formelsammlung
- Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung

Aufgabe 3

Gegeben ist die Funktion f mit der Gleichung $f(x) = x^3 + 3x^2, x \in \mathbb{R}$.

Der Graph der Funktion f wird in der Abbildung dargestellt.

a)

- (1) Berechnen Sie die Nullstellen der Funktion f .
- (2) Berechnen Sie die Koordinaten der Extrem- und Wendepunkte der Funktion f . (13 Punkte)

b) Man betrachtet die Verschiebung, welche den Wendepunkt $W(-1|2)$ der Funktion f auf den Ursprung des Koordinatensystems abbildet.

- (1) Zeigen Sie rechnerisch: Durch die genannte Verschiebung wird der Graph der Funktion f auf den Graphen der Funktion h mit der Gleichung $h(x) = x^3 - 3x, x \in \mathbb{R}$ abgebildet.
- (2) Begründen Sie nun, dass der Graph der Funktion f punktsymmetrisch zu seinem Wendepunkt $W(-1|2)$ ist. (8 Punkte)

Aufgabe 3: Analysis (WTR)

c)

- (1) Die Graphen der Funktionen f und h schließen eine Fläche ein. Berechnen Sie deren Inhalt.
- (2) Es sei p die Parallele zur x -Achse durch den Wendepunkt $W(-1|2)$ der Funktion f . Bestimmen Sie (zum Beispiel mithilfe von b) (1)) den Inhalt der Fläche, die von dem Graphen der Funktion f und der Geraden p eingeschlossen wird.

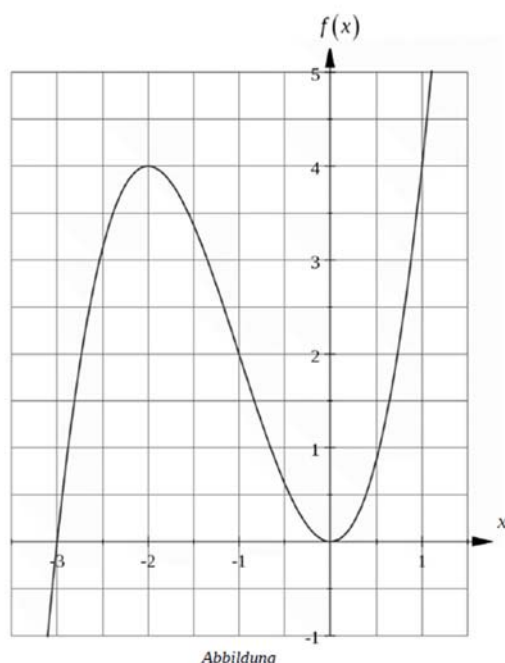
(14 Punkte)

d) Für eine beliebige positive reelle Zahl a ist die Funktion f_a mit der Gleichung $f_a(x) = x^3 + ax^2, x \in \mathbb{R}$ gegeben. Für $a = 3$ erhält man z. B. die zuvor betrachtete Funktion f .

- (1) Es sei w_a die Tangente im Wendepunkt W_a der Funktion f_a . Ermitteln Sie eine Gleichung von w_a in Abhängigkeit von a .
 [zur Kontrolle: $w_a(x) = -\frac{1}{3}a^2x - \frac{1}{27}a^3, x \in \mathbb{R}$]

- (2) Die Tangente w_a schließt im III. Quadranten eine Fläche mit den Koordinatenachsen ein. Bestimmen Sie den Inhalt dieser Fläche in Abhängigkeit von a .

(15 Punkte)



NOTIZEN