

Wie du einen periodischen Dezimalbruch in einen Bruch umwandelst

Aufgabe

Wie du einen periodischen Dezimalbruch in einen Bruch umwandelst.

1. Wandle den periodischen Dezimalbruch $0,4\overline{5}$ in seine Bruchdarstellung um.
2. Wandle den periodischen Dezimalbruch $0,08\overline{3}$ in seine Bruchdarstellung um.

Lösungsschritte für Teilaufgabe a

Schritt 1: Wandle den periodischen Dezimalbruch um

Dezimalbrüche kannst du in ein Vielfaches von 0,1 umwandeln.

$$0,5 = 5 \cdot 0,1$$

Das gilt auch für periodische Dezimalbrüche und stellt den ersten Schritt für die Umwandlung von periodischen Dezimalbrüchen in Brüche dar.

$$0,4\overline{5} = 45 \cdot 0,0\overline{1}$$

Achtung: Die Periode bleibt über den Zahlen hinter dem Komma stehen.

Du weißt, dass gilt:

$$0,1 = \frac{1}{9}$$

Damit kannst du periodische Dezimalzahlen in Brüche umwandeln, indem du einsetzt:

$$0,1 = \frac{1}{9}$$

$$0,01 = \frac{1}{99}$$

$$0,001 = \frac{1}{999}$$

usw.

Schritt 2: Ersetze den periodischen Anteil

Als nächstes ersetzt du den periodischen Anteil durch $\frac{1}{9}, \frac{1}{99}, \frac{1}{999}$ usw.:

$$0,4\overline{5} = 45 \cdot \frac{1}{99}$$

Da *zwei* Zahlen in der Periode stehen, sind *zwei* Neunen im Nenner.

Schritt 3: Multipliziere und kürze

Wenn du jetzt die Zahl mit dem Bruch multiplizierst, erhältst du:

$$0,4\overline{5} = 45 \cdot \frac{1}{99} = \frac{45}{99}$$

Jetzt kannst du kürzen.

$$0,45 = 45 \cdot \frac{1}{99} = \frac{45}{99} = \frac{5}{11}$$

(gekürzt mit 9)

Lösungsschritte für Teilaufgabe b

Schritt 1: Schreibe den gemischtperiodischen Dezimalbruch um

Zuerst multiplizierst du den gemischtperiodischen Dezimalbruch so mit einem Vielfachen von 10, (also mit 10,100,1000) so dass ein reinperiodischer Dezimalbruch entsteht.

$$0,08\bar{3} \cdot 100 = 8,3$$

Schritt 2: Trenne den gemischtperiodischen Dezimalbruch

Nun trennst du den gemischtperiodischen Dezimalbruch in einen periodischen Teil und einen nicht periodischen Teil.

$$8,3 = 8 + 0,3$$

Dann wendest du wieder die gleichen Regeln wie bei Aufgabe a mit einer rein periodischen Dezimalzahl an.

Schritt 3: Wandle den periodischen Dezimalbruch um

Wie in Aufgabe a) wandelst du nun den periodischen Anteil in ein Vielfaches von 0,1 um.

$$8 + 0,3 = 8 + 3 \cdot 0,1$$

Schritt 4: Ersetze den periodischen Anteil

Wieder ersetzt du den periodischen Anteil durch $\frac{1}{9}, \frac{1}{99}, \frac{1}{999}$ usw.. Da du nur eine Zahl in der Periode hast, hast du nur eine 9 im Nenner.

$$8 + 0,3 = 8 + 3 \cdot 0,1 = 8 + 3 \cdot \frac{1}{9}$$

Schritt 5: Fasse zusammen

Den erhaltenen Term fasst du nun zu einem Bruch zusammen.

$$8 + 3 \cdot \frac{1}{9} = 8 + \frac{3}{9} = \frac{72}{9} + \frac{3}{9} = \frac{75}{9}$$

Schritt 6: Teile am Ende durch ein Vielfaches von 10

Da du bei Schritt 1 mal 10 oder mal 100 ... gerechnet hast, darfst du nicht vergessen, am Ende durch die gleiche Zahl zu dividieren um den ursprünglichen Wert wieder herzustellen.

$$\frac{75}{9} : 100 = \frac{75}{900}$$

Am Ende kürzt du wieder. Hier kannst du mit 75 kürzen.

$$\frac{75}{900} = \frac{1}{12}$$

Also gilt:

$$0,08\bar{3} = \frac{1}{12}$$

Lösung

1. Die Bruchdarstellung von $0,4\overline{5}$ ist $\frac{5}{11}$.

2. Die Bruchdarstellung von $0,08\overline{3}$ ist $\frac{1}{12}$.