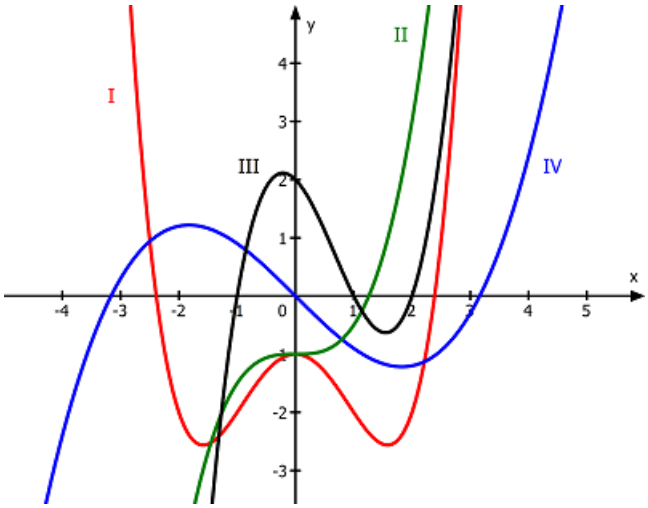
Wie du ganzrationalen Funktionen ihren Graphen zuordnest und andersherum

Aufgabe

Ordne den folgenden Funktionsgraphen jeweils die entsprechende Funktionsgleichung zu.



$f_1 = 0{,}5x^3 - 1$ $f_2 = 3x^2 + 4{,}5x + 2$ $f_3 = 0{,}25x^4 - 1{,}25x^2 - 1$

$f_4 = 3x^5 + 1$ $f_5 = (x+1)(x-2)(x-1)$ $f_6 = 0{,}1x^3 - x$

Vorüberlegung

Diese Aufgabe kannst du auf zwei verschiedene Arten angehen.

1. Du kannst den Verlauf der Funktionsgraphen betrachten und auf die Funktionsgleichung schließen.
2. Es geht aber auch andersherum: Du kannst von den Eigenschaften der Funktionsgleichung auf den Verlauf des zugehörigen Graphen schließen.

Häufig musst du aber *beide* Lösungswege innerhalb einer Aufgabe anwenden, um alle Graphen zuordnen zu können.

Schritt 1: Betrachte die Schnittpunkte mit der y-Achse

Wenn du zuerst die Funktionsgraphen betrachtest, solltest du dir als Erstes die Schnittpunkte der Graphen mit der y-Achse ansehen. Den y-Achsen-Schnittpunkt findest du in der Funktionsgleichung als konstantes Glied a_0 wieder.

Graph I verläuft durch $(0\,|\,-1)$: $a_0 = -1$.

Graph II verläuft durch $(0\,|\,-1)$: $a_0 = -1$.

Graph III verläuft durch $(0\,|\,2)$: $a_0 = 2$.

Graph IV verläuft durch $(0\,|\,0)$: $a_0 = 0$.

Damit weißt du, dass der Graph der Funktion f_4 nicht in der Grafik vorkommt, da kein Graph durch den Punkt (0|1) verläuft.

Schritt 2: Betrachte die Symmetrieeigenschaften

Wenn du bei den Graphen Achsensymmetrie erkennst, hat die Funktionsgleichung nur Potenzen mit geraden Exponenten. Wenn du bei den Graphen Punktsymmetrie zum Ursprung erkennst, hat die Funktionsgleichung nur Potenzen mit ungeraden Exponenten.

Graph I ist achsensymmetrisch mit $a_0 = -1$. Also kann Graph I nur zu der Funktion f_3 gehören.

Graph II hat keine Symmetrieeigenschaften.

Graph III hat keine Symmetrieeigenschaften.

Graph IV ist punktsymmetrisch zum Ursprung mit $a_0 = 0$. Also kann Graph IV nur zu der Funktion f_6 gehören.

Schritt 3: Betrachte den Grad der Funktionen

Jetzt solltest du wechseln und dir die Funktionsgleichungen genauer anschauen. Zuerst den Grad der Funktionen, denn von dem kannst du auf die Art des Graphen schließen. Denk daran, dass du f_3, f_4 und f_6 schon zugeordnet hast.

Grad $f_2 = 2 \Rightarrow$ Der Graph muss eine Parabel sein.

Der Graph der Funktion f_2 existiert nicht, da keine Parabel abgebildet ist.

Schritt 4: Betrachte die Nullstellen

Die Funktion f_5 liegt in der Produktform vor. Somit kannst du die Nullstellen der Funktion f_5 angeben: $x_{N1} = -1$, $x_{N2} = 1$ und $x_{N2} = 2$. Somit kommt nur Graph III infrage, der genau dort seine Nullstellen hat. Für Graph II bleibt nur die Funktion f_1.

Lösung

I: f_3 II: f_1 III: f_5 IV: f_6