

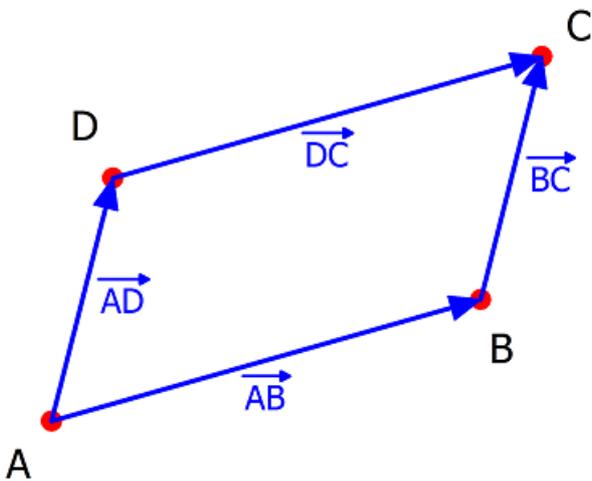
Wie du untersuchst, ob gegebene Punkte aufeinanderfolgende Ecken von Figuren sind

Aufgabe

Zeige, dass die Punkte $A(3|2|5)$, $B(2|-3|-7)$, $C(-2|-1|-12)$ und $D(-1|4|0)$ das Parallelogramm ABCD bilden.

Schritt 1: Fertige eine Skizze an

Zuerst solltest du dir immer eine Skizze machen, damit du einen besseren Überblick über die Aufgabe gewinnst. Skizziere dazu ein beliebiges Parallelogramm mit den Eckpunkten A, B, C und D. Da diese Aufgabe aus dem Bereich der analytischen Geometrie kommt, verwendest du für die Seiten keine Strecken, sondern Vektoren. Deine Skizze sollte dann ungefähr so aussehen:



Schritt 2: Stelle Vorüberlegungen an

Aus der Skizze kannst du ablesen, dass die gegenüberliegenden Seiten im Parallelogramm jeweils zueinander parallel sind (die gleiche Richtung haben) und dieselbe Länge besitzen. Somit müssen die Verbindungsvektoren identisch sein:

$\vec{AB} = \vec{DC}$ und $\vec{AD} = \vec{BC}$. Nur dann bilden die Punkte A, B, C und D auch ein Parallelogramm.

Schritt 3: Bestimme die Vektoren

Die Vektoren \vec{AB} , \vec{DC} , \vec{AD} und \vec{BC} bestimmst du, indem du die Ortsvektoren voneinander abziehst. Also immer „Spitze minus Fuß“ rechnen.

$$\vec{AB} = \vec{b} - \vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ -7 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -5 \\ -12 \end{pmatrix}$$

$$\vec{DC} = \vec{c} - \vec{d} = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ -12 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -5 \\ -12 \end{pmatrix}$$

$$\vec{AD} = \vec{d} - \vec{a} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ -5 \end{pmatrix}$$

$$\vec{BC} = \vec{c} - \vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ -12 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ -7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ -5 \end{pmatrix}$$

Schritt 4: Vergleiche die Vektoren

Wenn du jetzt die Vektoren vergleichst, erkennst du, dass $\vec{AB} = \begin{pmatrix} -1 \\ -5 \\ -12 \end{pmatrix} = \vec{DC}$ und $\vec{AD} = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ -5 \end{pmatrix} = \vec{BC}$ gilt. Somit ist

das Viereck ABCD tatsächlich ein Parallelogramm.

Lösung

Die Punkte A, B, C und D sind Eckpunkte des Parallelogramms ABCD.