

## Wie du die Veränderung des Graphen einer Potenzfunktion bestimmst

### Aufgabe

Wie verändern sich der Graph der Funktion  $f(x) = 4 \cdot x^2$  jeweils, wenn man

- a) das Vorzeichen des Koeffizienten verändert?
- b) den Grad der Funktion um 1 erhöht?
- c)  $x$  um 5 vergrößert?

### Lösungsschritt für Teilaufgabe a)

Wie verändern sich die Funktionswerte der Funktion  $f(x) = 4 \cdot x^2$  jeweils, wenn man

- a) das Vorzeichen des Koeffizienten verändert?

#### Schritt 1: Benutze die grafische Bedeutung des Koeffizienten

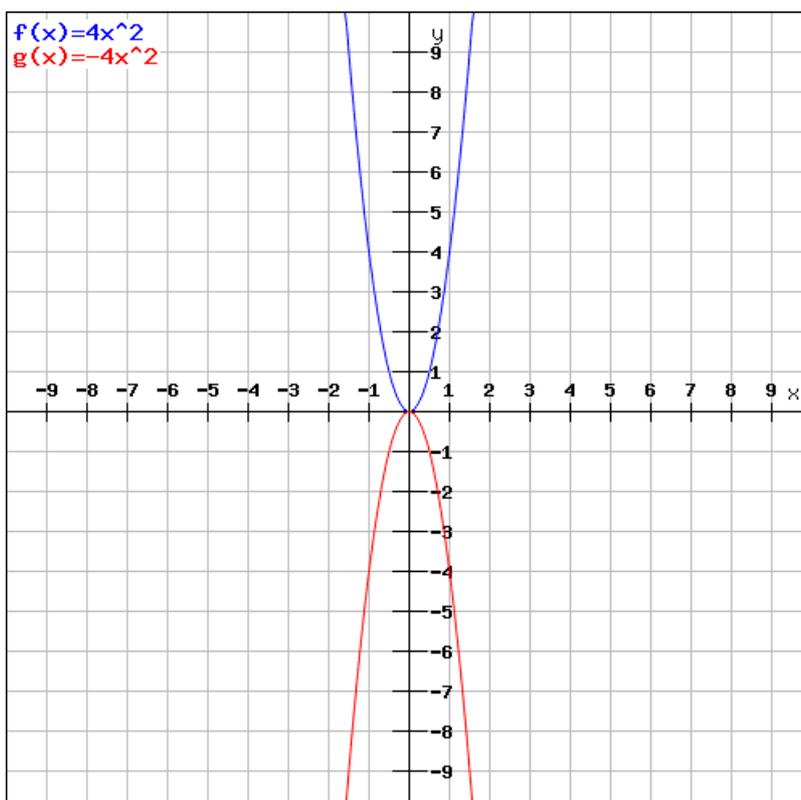
Die allgemeine Funktionsgleichung einer Potenzfunktion lautet:

$$f(x) = a \cdot x^b$$

Dabei ist  $a$  der sogenannte **Koeffizient** und  $b$  ist die **Hochzahl** der Potenz.

In unserer Beispielfunktion  $f(x) = 4 \cdot x^2$  ist der Koeffizient die 4 und die Hochzahl ist die 2. Da die **Hochzahl** eine **positive** und **gerade** Zahl ist, hat der Funktionsgraph die Form einer Parabel. Da der Koeffizient **positiv** ist, ist die Parabel **nach oben geöffnet**.

Wenn der Koeffizient jetzt ein **negatives Vorzeichen** bekommt, dann wird die Parabel **an der x-Achse gespiegelt**, das heißt also, dass sie jetzt **nach unten geöffnet** ist.



Das bedeutet für die **Funktionswerte**: Sie bleiben vom **Betrag** her **gleich**, werden aber alle **negativ**.

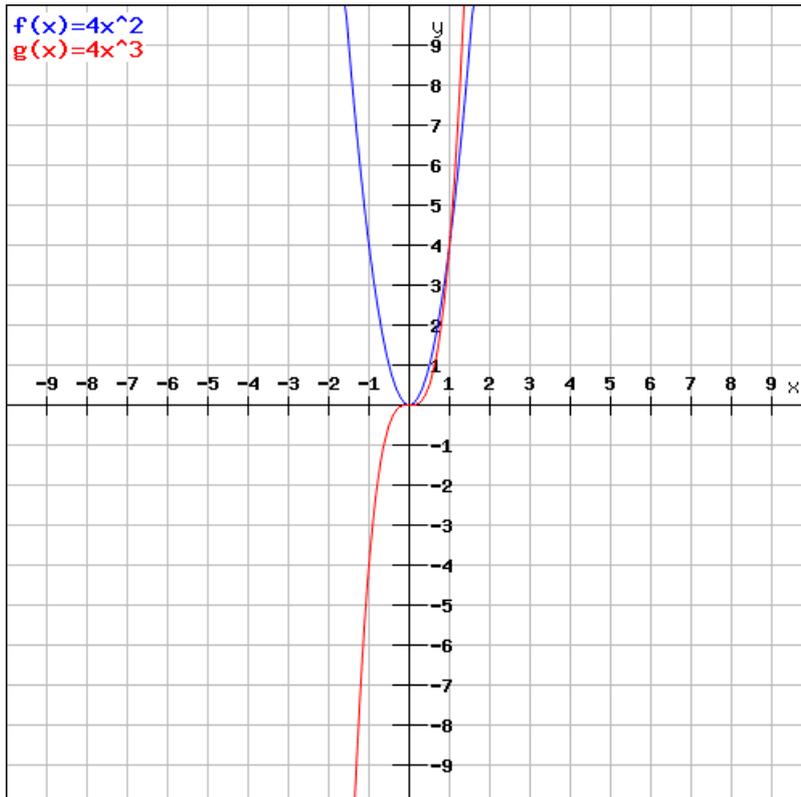
### Lösungsschritt für Teilaufgabe b)

Wie verändern sich die Funktionswerte der Funktion  $f(x) = 4 \cdot x^2$  jeweils, wenn man  
b) den Grad der Funktion um 1 erhöht?

#### Schritt 1: Benutze die grafische Bedeutung des Funktionsgrades

Der Grad einer Potenzfunktion entspricht der Hochzahl. Unsere Beispielfunktion  $f(x) = 4 \cdot x^2$  hat also den Grad 2.

Wenn du den Grad um 1 erhöhst, dann erhältst du eine Funktion mit der ungeraden Gradzahl 3. Potenzfunktionen mit einer **ungeraden Gradzahl** haben als Funktionsgraph eine **kubische Parabel**.



Das bedeutet für die **Funktionswerte**: Alle Funktionswerte für **positive x-Werte** haben immer noch ein **positives Vorzeichen**. Alle Funktionswerte für **negative x-Werte** haben jetzt aber ein **negatives Vorzeichen**.

**Merke:** Potenzfunktionen mit einer **positiven und geraden Hochzahl** haben als Funktionsgraph eine **normale Parabel**.

Potenzfunktionen mit einer **positiven und ungeraden Hochzahl** haben als Funktionsgraph eine **kubische Parabel**.

### Lösungsschritt für Teilaufgabe c)

Wie verändern sich die Funktionswerte der Funktion  $f(x) = 4 \cdot x^2$  jeweils, wenn man  
c)  $x$  um 5 vergrößert?

#### Schritt 1: Veränderung berechnen

Um herauszufinden, wie sich  $f(x)$  verändert, wenn  $x$  um 5 größer wird, addierst du im Funktionsterm 5 zu  $x$  dazu.

$$f(x) = 4 \cdot (x + 5)^2$$

Jetzt musst du die Klammer auflösen. Das geht am einfachsten mit einer binomischen Formel.

$$f(x) = 4 \cdot (x^2 + 10x + 25)$$

Jetzt multiplizierst du die Klammer noch mit 4.

$$f(x) = 4x^2 + 40x + 100$$

Wenn du diesen Funktionsterm mit der ursprünglichen Funktion vergleichst, fällt dir auf, dass die Terme  $+40x$  und  $+100$  dazugekommen sind.

Wenn  $x$  um 5 vergrößert wird, dann wird der Funktionswert also um  $40x + 100$  größer.

## **Lösung**

Teilaufgabe a): Wird das Vorzeichen des Koeffizienten verändert, so wird der Funktionsgraph an der  $x$ -Achse gespiegelt.

Teilaufgabe b): Wird der Grad der Potenzfunktion um 1 verändert, dann ändert sich die Form des Funktionsgraphen, in diesem Fall von einer normalen Parabel zu einer kubischen Parabel.

Teilaufgabe c): Wird  $x$  um 5 vergrößert, so wächst der Funktionswert um  $40x + 100$ .