

Wie du Wahrscheinlichkeiten kombinatorisch berechnest

Aufgabe

Für eine Quizshow sucht ein Fernsehsender Abiturientinnen und Abiturienten als Kandidaten. Jeder Bewerber gibt in einem online auszufüllenden Formular die Durchschnittsnote seines Abiturzeugnisses an.

Aus dem Bewerberfeld werden zwanzig weibliche und zehn männliche Personen zu einem Casting eingeladen, das in zwei Gruppen durchgeführt wird. Fünfzehn der Eingeladenen werden für die erste Gruppe zufällig ausgewählt. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass für die erste Gruppe zehn weibliche und fünf männliche Personen ausgewählt werden, wird mit p bezeichnet.

Bestimme die Wahrscheinlichkeit p mithilfe eines geeigneten Terms.

Schritt 1: Anzahl der Möglichkeiten bestimmen, die zu p beitragen

Die gesuchte Wahrscheinlichkeit p bezieht sich auf eine Gruppe von 15 Personen, die aus einer Grundgesamtheit von 30 Personen (davon 20 weiblich und 10 männlich) ausgewählt werden. Uns interessiert das Ereignis E , dass genau 10 der 20 weiblichen Kandidaten und 5 der 10 männlichen Kandidaten in die Gruppe gewählt werden.

Es gibt $\binom{20}{10}$ Möglichkeiten, die 10 weiblichen Mitglieder der 1. Gruppe aus den 20 verfügbaren auszuwählen. Für jede dieser Möglichkeiten gibt es $\binom{10}{5}$ Möglichkeiten, aus den 10 männlichen Kandidaten 5 für die 1. Gruppe auszuwählen.

Somit gibt es $\binom{20}{10} \cdot \binom{10}{5}$ Möglichkeiten, dass das Ereignis E eintritt.

Schritt 2: Berechnungsterm bestimmen und p ausrechnen

Nach der Formel von Laplace gilt:

$$P(E) = \frac{\text{Anzahl der Möglichkeiten, dass } E \text{ eintritt}}{\text{Anzahl aller möglichen Zusammenstellungen}}$$

Den Zähler haben wir in Schritt 1 bestimmt, und der Nenner ist die Anzahl der Möglichkeiten, 15 Personen aus einer Grundgesamtheit von 30 Personen auszuwählen, also $\binom{30}{15}$.

Somit ist:

$$p = P(E) = \frac{\binom{20}{10} \cdot \binom{10}{5}}{\binom{30}{15}}$$

Der Taschenrechner liefert dafür den Wert 0,3 (auf drei Nachkommastellen genau).