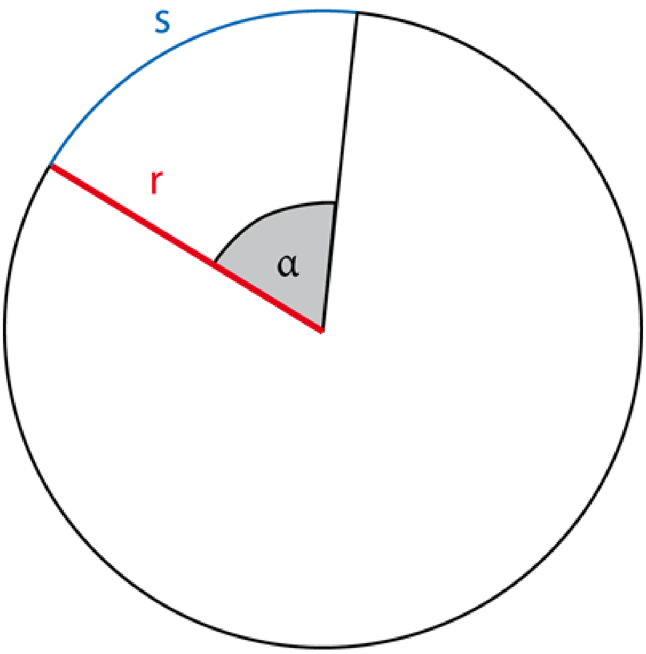
Wie du Kreisausschnitte und die Bogenlinie berechnest

Aufgabe

Berechne die Länge des Kreisbogens s für $\alpha = 65°$ und $r = 1$



Schritt 1: Formel für den Kreisbogen aufstellen

Der volle Kreisumfang eines Kreises mit dem Radius r ist $2\pi \cdot r$; das musst du wissen. Der Kreisbogen s errechnet sich mit dem Dreisatz wie folgt:

Der volle Kreisumfang $2\pi \cdot r$ entspricht einer vollen Umdrehung, also einem Winkel von $360°$.

Der Kreisbogen s verhält sich also zum vollen Umfang $2\pi \cdot r$ genauso, wie der Öffnungswinkel α zum Vollwinkel 360°, d. h.

$$\frac{s}{2\pi \cdot r} = \frac{\alpha}{360°}.$$

Multiplikation dieser Gleichung mit $2\pi \cdot r$ liefert die Formel

$$s = 2\pi \cdot r \cdot \frac{\alpha}{360°} = \frac{\pi \cdot r \cdot \alpha}{180°}.$$

Schritt 2: Werte einsetzen und berechnen

Jetzt setzt du die Werte $r = 1$ und $\alpha = 65°$ in die grüne Formel ein und bekommst

$$s = \frac{\pi \cdot r \cdot \alpha}{180°}$$
$$= \frac{\pi \cdot 65°}{180°}$$
$$= \frac{13}{36}\pi$$
$$\approx 1{,}13.$$

Lösung

Für $\alpha = 65°$ und $r = 1$ hat der Kreisbogen s eine Länge von ca. 1,13 LE.

Bemerkung:

Die Berechnung der Fläche eines Kreissektors geht analog:

Der Flächeninhalt des ganzen Kreises ist $\pi \cdot r^2$.

Die Fläche des Kreissektors verhält sich zur gesamten Kreisfläche wie der Öffnungswinkel α zum Vollwinkel 360°, d. h.

$$\frac{A_{\text{Sektor}}}{\pi \cdot r^2} = \frac{\alpha}{360°}.$$

Multiplikation dieser Gleichung mit $\pi \cdot r^2$ liefert die Formel

$$A_{\text{Sektor}} = \pi \cdot r^2 \frac{\alpha}{360°}.$$