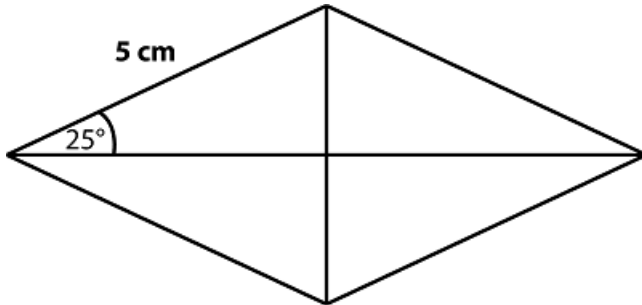


Wie du die Diagonalen einer Raute berechnest

Aufgabe

Berechne die Längen der beiden Diagonalen der abgebildeten Raute.

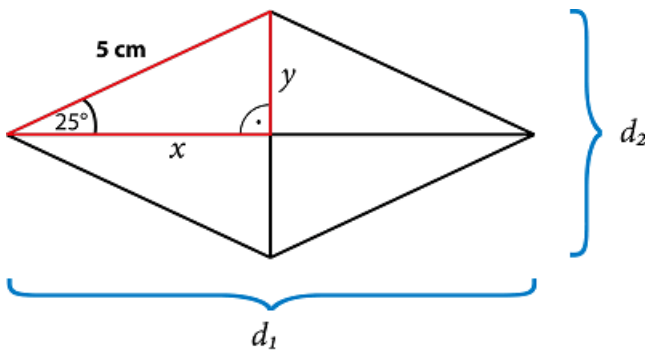


Hinweis

Die Diagonalen der Raute sind doppelt so lang wie die Seitenlängen x und y des roten Dreiecks im unteren Bild.

Schritt 1: Seitenlängen eines Dreiecks berechnen

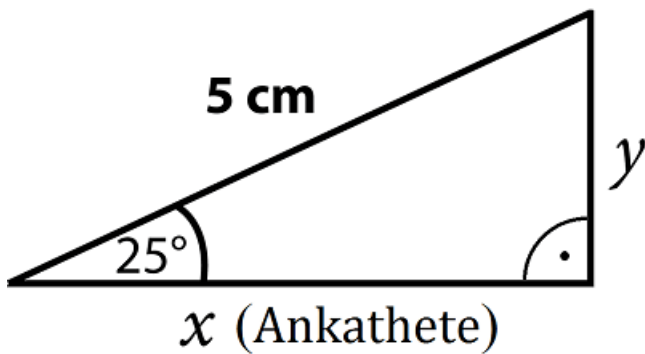
Die Raute ist aus vier kongruenten rechtwinkligen Dreiecken zusammengesetzt. Eines davon ist im Bild rot markiert. Die Diagonalen d_1 und d_2 schneiden sich im Mittelpunkt der Raute, also sind sie genau doppelt so lang, wie die Seiten x und y des roten Dreiecks.



Die untere Seite des roten Dreiecks ist die Ankathete des angegebenen Winkels. Um die Seitenlänge zu berechnen, brauchst du die trigonometrische Formel

$$\cos = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$$

wobei die Hypotenuse mit 5 cm gegeben ist.



Wenn du den gegebenen Winkel einsetzt, erhältst du

$$\cos(25^\circ) = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{x}{5 \text{ cm}}$$

Mit dem Taschenrechner kannst du also die folgende Rechnung durchführen:

$$x = \cos(25^\circ) \cdot 5 \text{ cm} \approx 4,53 \text{ cm}.$$

Die rechte Seite des roten Dreiecks ist die Gegenkathete des angegebenen Winkels. Um diese Seitenlänge zu berechnen, brauchst du die trigonometrische Formel

$$\sin = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$$

Wenn du den gegebenen Winkel einsetzt, erhältst du

$$\sin(25^\circ) = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{y}{5 \text{ cm}}$$

Mit dem Taschenrechner kannst du also die folgende Rechnung durchführen:

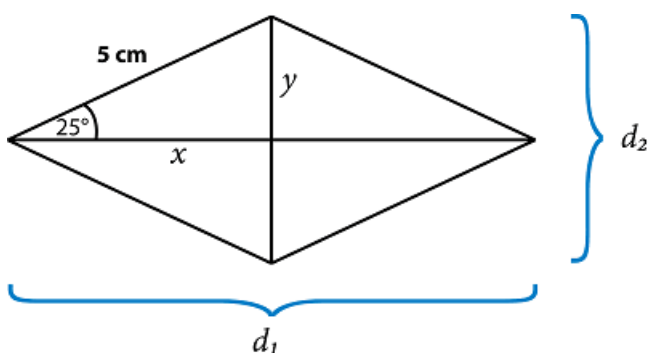
$$y = \sin(25^\circ) \cdot 5 \text{ cm} \approx 2,11 \text{ cm}.$$

Alternativ kannst du auch den Satz des Pythagoras benutzen, um y aus x zu errechnen:

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= (5 \text{ cm})^2 \\ \Rightarrow y &= \sqrt{(5 \text{ cm})^2 - x^2} \\ &\approx \sqrt{25 \text{ cm}^2 - 20,53 \text{ cm}^2} \\ &= \sqrt{4,47 \text{ cm}^2} \\ &\approx 2,11 \text{ cm} \end{aligned}$$

Schritt 2: Diagonalen bestimmen

Jetzt musst du nur noch die in Schritt 1 berechneten Seitenlängen verdoppeln. Du erhältst als waagrechte Diagonale $d_1 = 2 \cdot x \approx 9,06 \text{ cm}$ und als senkrechte Diagonale $d_2 = 2 \cdot y \approx 4,22 \text{ cm}$.



Lösung

$$d_1 = 2 \cdot x \approx 9,06 \text{ cm}$$

$$d_2 = 2 \cdot y \approx 4,22 \text{ cm}$$